

动力分析中无限地基两种近似方法的应用研究

陈健云^{1,2}, 李 静², 李建波²

(1.大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024; 2.大连理工大学 土木水利学院, 大连 116023)

摘 要: 在结构-地基的动力相互作用分析所提出的众多方法中, 无质量地基和黏性边界地基仍然是应用最为广泛的近似方法。针对当前结构-地基动力相互作用分析中地基模型处理中的一些问题, 通过结构-地基动力相互作用分析公式的推导以及各变量物理意义的解释, 详细阐明了当前考虑地基影响的动力分析中无质量地基和黏性边界地基的概念和应用范围, 对当前部分研究中应用这两种地基中存在的问题进行了分析说明, 为简化地基动力分析模型提供了思路。

关 键 词: 结构-地基相互作用; 地下结构; 地震; 无质量地基; 黏性边界

中图分类号: TU 528.1

文献标识码: A

Study on application of two approximate base models to the soil-structural dynamic interaction analysis

CHEN Jian-yun^{1,2}, LI Jing², LI Jian-bo²

(1.State Key Laboratory of Coastal and offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: The massless base model and viscous boundary base model are still the most widely applied approximate methods for easiness though many approaches have been proposed for the seismic response analysis of soil-structure system. But there are some problems in the application of various of approximate dynamic unbounded soil model. In this paper, detailed formula for the soil-structure dynamic interaction analysis is derived; the concept and the application criteria of mass-less base model and viscous boundary base model are clarified; and a simplified soil model for dynamic soil-structure interaction analysis is suggested.

Key words: soil-structure interaction; underground structure; earthquake; massless base; viscous boundary

1 引 言

结构-地基的动力相互作用分析主要是无限地基的模拟问题, 目前已经提出了很多方法, 比如无穷边界元方法^[1,2]、各种人工透射边界方法^[3]、阻尼抽取法^[4]以及子结构复模态方法^[5]等等, 并且在一些工程中得到初步应用。但是, 由于结构的地震响应分析涉及到多个方面, 包括地震动输入机制、计算模型、材料本构等等, 彼此是相互关联的, 比如结构-地基的动力相互作用分析方法, 往往取决于采用的地震动输入机制以及结构计算模型, 而无限地基的弹性约束和辐射阻尼效应又与地震动频谱组成、地基及结构的动力本构特性密切相关, 一些方法考虑近场地基的非线性或非均匀性较困难, 而另一些方法尽管力求反映无限地基, 但显然仍受到地

基模拟范围大小的制约^[6]。因此, 虽然考虑无限地基影响的动力相互作用分析在某些问题上取得了比较一致的看法, 但是从定量上却远没有达到一致认可的程度, 从而使得无质量地基模型以及黏性外边界地基模型仍然是目前考虑地基作用的主要方法。

由于在动力相互作用方法上的认识问题, 使得在实际应用中对于无质量地基或者黏性外边界地基的处理方法和适用范围不够明确^[7], 在某些情况下出现考虑无质量地基模型的结构动力响应不尽合理。

反映无限地基的弹性及辐射阻尼影响主要通过计算无限地基动刚度或施加人工边界的方法来实现, 因此结构-地基的动力相互作用时域分析方法可分为子结构法和直接法两种。可以证明二者是等价的^[6]。本文采用直接法详细推导了结构-地基动力相

互作用分析的理论公式,在此基础上阐明无质量地基以及黏弹性外边界地基模型的概念和适用条件。

2 结构-地基动力相互作用分析理论公式

结构-地基的动力相互作用模型如图 1 所示, s 和 e 分别代表结构和近场地基, b 表示结构-地基的交界面, o 表示地基外边界, 外面为无限地基, 一般取较大的地基计算区域, 或将地基外边界定义为黏弹性边界, 或采用人工透射边界等无限地基处理方法反映无限地基。 d 和 m 分别表示结构和地基内部节点。

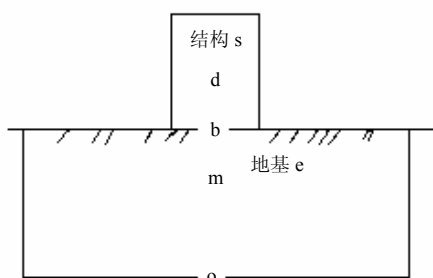


图 1 结构-地基相互作用示意图
Fig.1 Model of soil-structural interaction

假设地震激励由外边界 o 输入, 则系统总体动力平衡方程可以表达为

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_o^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R_o^e \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\{R_o^e\}$ 表示在外边界 o 作用的地震力; 下标 i 表示外边界内的结构-地基体系内部节点; $[K_{ii}]$, $[C_{ii}]$, $[M_{ii}]$ 分别表示模型内的刚度阵、阻尼阵和质量阵。

假设地基 m 采用有限元离散后, 结构-地基交接面 b 与地基外边界 o 之间不发生直接耦合, 则

$$\begin{aligned} [K_{ii}] &= \begin{bmatrix} K_{dd}^s & K_{db}^s & 0 \\ K_{bd}^s & K_{bb}^s + K_{bb}^e & K_{bm}^e \\ 0 & K_{mb}^e & K_{mm}^e \end{bmatrix} \\ [K_{io}] &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{mo}^e \end{bmatrix}, \quad \{u_i\} = \begin{Bmatrix} u_d^s \\ u_b \\ u_m^e \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式 (1) 中的矩阵 $[C_{ii}]$, $[M_{ii}]$ 分块组成同式 (2) 中的 $[K_{ii}]$, 不再详细给出。

将式 (1) 展开, 则可得下式:

$$[M_{ii}]\{\ddot{u}_i\} + [C_{ii}]\{\dot{u}_i\} + [K_{ii}]\{u_i\} = -[M_{io}]\{\ddot{u}_o^e\} - [C_{io}]\{\dot{u}_o^e\} - [K_{io}]\{u_o^e\} \quad (3)$$

$$[M_{oo}^e]\{\ddot{u}_o^e\} + [C_{oo}^e]\{\dot{u}_o^e\} + [K_{oo}^e]\{u_o^e\} = \{R_o^e\} - [M_{oi}]\{\ddot{u}_i\} - [C_{oi}]\{\dot{u}_i\} - [K_{oi}]\{u_i\} \quad (4)$$

2.1 黏弹性边界地基模型

在推导黏弹性边界地基模型前, 需要指出, 上述公式的地震动激励 $\{R_o^e\}$ 是基于这样一个条件:

(1) 条件 1-1 在没有结构 s 以及近场地基 m 存在的条件下, 假设震源产生的自由场地震动在边界 o 上为 u_{of} , 如果远域无限地基在边界 o 上的动刚度为 S_o^∞ , 那么边界上的运动 u_{of} 可认为是由边界力 $S_o^\infty u_{of}$ 产生的。

在这样一个前提下, 当附加结构及近场地基后, 边界上的运动 u_{of} 发生改变, 变为 u_g^e , 相当于在边界 o 的自由场位移上附加位移 $\Delta u_{o(f-g)}^e$, 使得

$$\{u_o^e\} = \{u_g^e\} = \{u_f^e\} + \{\Delta u_{o(f-g)}^e\} \quad (5)$$

从物理意义上讲, 引入地震波激励能导致结构产生一定的动力响应, 而运动的结构同时又通过交界面施加作用力给地基, 使地基区域内各网格点相对于自由场运动发生 Δu_{f-g}^e 的改变。即式 (5) 反映出考虑动力相互作用后的地基网格点运动 u_g^e , 可以表示为自由场波动 u_f^e 和一个以外边界 o 为振源的散射场波动 Δu_{f-g}^e 的叠加。

相应的附加边界作用力为 $S_o^\infty \Delta u_{o(f-g)}^e$, 这个力使得结构发生运动, 反作用到无限地基上导致边界位移改变。这也相当于假设外边界上产生自由场位移的力在附加结构和近场地基以后是不变的。

地震动是通过整体计算模型的外边界输入的, 那么精确的相互作用计算公式为

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_o^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -S_o^\infty \Delta u_{o(f-g)}^e \end{Bmatrix} \quad (6)$$

实际上, 如果假定外边界输入为自由场 u_{of} , 那么要使式 (6) 成立, 地基 m 部分相对自由场的该区域必须组成结构相同, 否则该区域内的刚度矩阵等应减去相应的含异质体区域的土体矩阵^[8]; 此时式 (6) 不适用于直接求解地下结构的分析; 如果直接假定外边界输入为散射场, 那么式 (6) 中的外力应定义为 $S_g^\infty \Delta u_{o(g-b)}^e$, 其中 $\Delta u_{o(g-b)}^e$ 为地基相对于散射场运动的附加位移, 此时可以用于地下结构的分析。因此在工程应用中采用均匀输入(忽略外边界拟静位移作用)情况下, 直接以自由场 u_{of} 代替散射场 u_g^e

作为输入求地下结构响应是不太合适的。

从式(6)出发,许多学者对无限地基的动力特性做了深入研究,给出了相互作用力函数的许多近似时域或时域表达。

(2) 条件 1-2 在一定条件下,地基频域动刚度的实部和虚部可采用以频率为自变量的幂函数进行拟合,从而将无限地基在交界面处的力与位移的关系用不随频率变化的等效常刚度 $[K_b^\infty]$ 、等效常质量 $[M_b^\infty]$ 和阻尼 $[C_b^\infty]$ 来表示,给出 3 参数模型拟合的地基阻抗函数。

则式(6)中的相互作用力的时域表达为

$$S_{o(f-g)}^\infty \Delta u_{o(f-g)}^\infty = [M_o^\infty] (\{\ddot{u}_o^\infty\} - \{\ddot{u}_{of}^\infty\}) + [C_o^\infty] (\{\dot{u}_o^\infty\} - \{\dot{u}_{of}^\infty\}) + [K_o^\infty] (\{u_o^\infty\} - \{u_{of}^\infty\}) \quad (7)$$

从而式(6)化为

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty + M_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^\infty + C_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_o^\infty \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_o^\infty \ddot{u}_{of} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_o^\infty \dot{u}_{of} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_o^\infty u_{of} \end{bmatrix} \quad (8)$$

将系统总响应分解为拟静位移 $\bar{u}$ 和惯性位移 $\tilde{u}$ 之和,即

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_o^\infty \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_o^\infty \end{Bmatrix} \quad (9)$$

并设拟静位移满足下式^[9]:

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_o^\infty \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_o^\infty u_{of} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{即} \quad \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_o^\infty \end{Bmatrix} = [r] \{u_{of}\} \quad (11)$$

其中

$$[r] = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ K_o^\infty \end{bmatrix} \quad (12)$$

代入式(8),可得

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty + M_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^\infty + C_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_o^\infty \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_o^\infty \end{bmatrix} \{\ddot{u}_{of}\} - \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty + M_o^\infty \end{bmatrix} [r] \{\ddot{u}_{of}\} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_o^\infty \end{bmatrix} \{\dot{u}_{of}\} - \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^\infty + C_o^\infty \end{bmatrix} [r] \{\dot{u}_{of}\} \quad (13)$$

实际上,当假设阻尼与刚度成比例时,根据式(10),式(13)右端后两项为零,如果存在与质量成比例的阻尼,则不存在这个关系。但是,即使阻

尼不满足与刚度成比例的条件,忽略后两项之和对于系统震动的影响也很小^[8];另外,研究表明,无限地基等效质量的影响也可忽略^[10]。

(3) 条件 1-3 系统阻尼只与运动相对速度有关。

(4) 条件 1-4 外边界与无限地基质量有关的输入可以忽略,则式(13)可以化为下式:

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^\infty + C_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_o^\infty \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty + M_o^\infty \end{bmatrix} [r] \{\ddot{u}_{of}\} \quad (14)$$

在采用黏弹性外边界模型时,通常认为,外边界位于基岩上,不考虑地震动的非均匀输入,即认为边界输入是均匀的。

(5) 条件 1-5 如果外边界在基岩上,地震动近似处理为均匀输入,即 $[r]=[I]$,则式(14)可写为

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{io} \\ C_{oi} & C_{oo}^\infty + C_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_o^\infty \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{io} \\ K_{oi} & K_{oo}^\infty + K_o^\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_o^\infty \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{io} \\ M_{oi} & M_{oo}^\infty + M_o^\infty \end{bmatrix} \{\ddot{u}_{of}\} \quad (15)$$

式(15)就是黏弹性边界地基模型,从结构-地基动力相互作用的理论出发,在 5 个前提条件下成立的。其中,最重要的就是地震动输入 $\ddot{u}_{of}$ 一定是对应模型外边界基岩面上的地震动值。

在通常情况下,地震动记录值都是在地表得到的,因此,采用这种模型必须将地表地震动反演到模型外边界的基岩面上。而所求出的位移则是系统(包括近场地基)相对于基岩面的相对位移。

很显然,如果边界 o 上 u_{of} 基本一致,或者模型地震动输入边界 o 相对于整个模型边界很小,且没有其他位移边界,那么边界 o 上不均匀输入 u_{of} 之间相对位移引起的拟静位移只在边界 o 附近有一定影响,离开边界后基本上影响很小,对于远离外边界的结构响应分析只采用黏弹性边界模型(15)即具有足够的精度。

如果不满足以上条件,则必须叠加拟静位移的影响(式(11)),比如大跨度桥梁结构的动力分析。

2.2 无质量地基模型

由于地震波记录一般在自由场地表采集,所以在时域地震响应分析中,多基于相应于结构-地基界面 b 的自由场地震记录为输入建立系统的平衡方程,此时,认为:

(1) 条件 2-1 在没有结构 s 存在的情况下, 假设震源产生的自由场地震动在边界 b 上为 u_{bf} , 如果无限地基在边界 b 上的动刚度为 S_b^∞ , 那么边界上的运动 u_{bf} 可认为是由边界力 $S_b^\infty u_{bf}$ 产生的。

同前面一样, 当附加结构后边界上的运动 u_{bf} 改变为 u_{bg} , 相当于在边界 b 的自由场位移上附加位移 Δu_b , 整个地基内则为

$$\{u_g\} = \{u_f\} + \{\Delta u\} \quad (16)$$

则对应公式 (6) 可以写为如下形式:

$$\begin{bmatrix} M_{dd} & M_{db} \\ M_{bd} & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_d \\ \ddot{u}_f + \Delta \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{dd} & C_{db} \\ C_{bd} & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_d \\ \dot{u}_f + \Delta \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{dd} & K_{db} \\ K_{bd} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_d \\ u_f + \Delta u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -S_b^\infty \Delta u_b \end{Bmatrix} \quad (17)$$

代入关系式 (16), 则上式可写为

$$\begin{bmatrix} M_{dd}^s & M_{db}^s \\ M_{bd}^s & M_{bb}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_d \\ \Delta \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{dd}^s & C_{db}^s \\ C_{bd}^s & C_{bb}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_d \\ \Delta \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{dd}^s & K_{db}^s \\ K_{bd}^s & K_{bb}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_d \\ \Delta u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ S_b^\infty \Delta u_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{db} \\ M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_f \\ \ddot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{db} \\ C_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_f \\ \dot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{db} \\ K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_f \end{Bmatrix} \quad (18)$$

在前提条件 1-2 成立的条件下, S_b^∞ 也可以写为

3 参数模型的形式:

$$\begin{aligned} [K_b^\infty] &= [K_o^\infty] + [K_m], \quad [C_b^\infty] = [C_o^\infty] + [C_m] \\ [M_b^\infty] &= [M_o^\infty] + [M_m] \end{aligned} \quad (19)$$

则根据式 (15), 并将式 (18) 展开后有:

$$\begin{aligned} [M_{ii}] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_d \\ \Delta \ddot{u}_b \\ \Delta \ddot{u}_m \end{Bmatrix} + [C_{ii}] \begin{Bmatrix} \dot{u}_d \\ \Delta \dot{u}_b \\ \Delta \dot{u}_m \end{Bmatrix} + [K_{ii}] \begin{Bmatrix} u_d \\ \Delta u_b \\ \Delta u_m \end{Bmatrix} = \\ \begin{Bmatrix} M_{db} \\ M_{bb} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{bf} \\ \ddot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_{db} \\ C_{bb} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{bf} \\ \dot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_{db} \\ K_{bb} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $[K_{ii}] = \begin{bmatrix} K_{dd}^s & K_{db}^s & 0 \\ K_{bd}^s & K_{bb}^s + K_{bb}^e & K_{bm}^e \\ 0 & K_{mb}^e & K_{mm}^e + K_o^\infty \end{bmatrix}$; $[M_{ii}]$, $[C_{ii}]$ 形式类似。

当然, 如果地基区域取得足够大, 由附加结构在边界 b 产生的附加位移场 Δu_b 在到达地基外边界 o 前已经由于地基 m 的材料阻尼和附加阻尼的作用, 动能和弹性能都消耗殆尽, 即地基内的附加位

移场 Δu_m 在外边界的值 Δu_{mo} 为零, 此时式 (20) 表达的计算模型就变成求解附加散射场位移的有限地基区域, 外边界 o 因为附加位移为零, 可作为固定边界。

式 (20) 中, 地基部分求解的位移是相对自由场运动 u_f 的附加位移场, 而结构部分位移 u_d 是总位移, 因此, 进一步将结构部分位移 u_d 表达成拟静位移 $\bar{u}_d$ 和惯性作用位移 $\tilde{u}_d$ 之和:

$$\{u_d\} = \{\bar{u}_d\} + \{\tilde{u}_d\} \quad (21)$$

并且拟静位移满足下式:

$$\{\bar{u}_d\} = [r_d] \{u_{bf}\} \quad (22)$$

$$\text{其中 } [r_d] = -[K_{dd}]^{-1} [K_{db}] \quad (23)$$

则方程 (20) 的化简形式为

$$\begin{aligned} [M_{ii}] \begin{Bmatrix} \ddot{\tilde{u}}_d \\ \ddot{\tilde{u}}_b \\ \ddot{\tilde{u}}_m \end{Bmatrix} + [C_{ii}] \begin{Bmatrix} \dot{\tilde{u}}_d \\ \dot{\tilde{u}}_b \\ \dot{\tilde{u}}_m \end{Bmatrix} + [K_{ii}] \begin{Bmatrix} \tilde{u}_d \\ \tilde{u}_b \\ \tilde{u}_m \end{Bmatrix} = \\ - \begin{bmatrix} M_{db} \\ M_{bb} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{bf} \\ \ddot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} M_{dd} \\ M_{bd} \\ 0 \end{bmatrix} [r_d] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{bf} \\ \ddot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{db} \\ C_{bb} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{bf} \\ \dot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \\ \begin{bmatrix} C_{dd} \\ C_{bd} \\ 0 \end{bmatrix} [r_d] \begin{Bmatrix} \dot{u}_{bf} \\ \dot{u}_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{db} \\ K_{bb} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{dd} \\ K_{bd} \\ 0 \end{bmatrix} [r_d] \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

为表达方便, 上式中定义 $\tilde{u}_b = \Delta u_b$, $\tilde{u}_m = \Delta u_m$ 。代入式 (23), 则式 (24) 右端后两项为

$$\begin{aligned} - \begin{bmatrix} K_{db} \\ K_{bb} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{dd} \\ K_{bd} \\ 0 \end{bmatrix} [r_d] \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} 0 \\ K_{bd} K_{dd}^{-1} K_{db} - K_{bb} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{bf} \\ u_{bf} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

对于结构来讲, 地震动是由地基边界输入的, 其余为自由边界, 通常情况下可认为地震动在边界上各点基本上一致, 除非结构空间尺度很大, 比如大跨度桥梁、隧道, 高峡谷中的拱坝等; 因此, 通常情况式 (25) 右端作用对于结构只影响到结构附近, 假定均匀输入下, 则有如下关系:

$$[K_{bd} K_{dd}^{-1} K_{db} - K_{bb}] \{u_{bf}\} = 0 \quad (26)$$

$$[r_{bf}] = [I]_b u_f, \quad [\bar{r}_d] = [I]_d u_f \quad (27)$$

同样, 基于根据同样的前提条件 1-3 和 1-4, 阻尼力只依赖于动力相对运动, 式 (24) 右端第 3、4

两项之和也可以忽略, 从而式(24)化简为

$$[M_{ii}]\begin{Bmatrix}\ddot{u}_d \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_m\end{Bmatrix} + [C_{ii}]\begin{Bmatrix}\dot{u}_d \\ \dot{u}_b \\ \dot{u}_m\end{Bmatrix} + [K_{ii}]\begin{Bmatrix}u_d \\ u_b \\ u_m\end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix}M_{db} \\ M_{bb} \\ 0\end{Bmatrix}\{\ddot{u}_{bf}\} - \begin{Bmatrix}M_{dd} \\ M_{bd} \\ 0\end{Bmatrix}[I]_d\{\ddot{u}_{bf}\} = [M^s]\{\ddot{u}_{bf}\} \quad (28)$$

$$\text{其中 } [M^s] = \begin{bmatrix} M_{dd} & M_{db} & 0 \\ M_{bd} & M_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

目前, 无质量地基表达式为

$$[M^s]\begin{Bmatrix}\ddot{u}_d \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_m\end{Bmatrix} + [C_{ii}]\begin{Bmatrix}\dot{u}_d \\ \dot{u}_b \\ \dot{u}_m\end{Bmatrix} + [K_{ii}]\begin{Bmatrix}u_d \\ u_b \\ u_m\end{Bmatrix} = [M^s]\{\ddot{u}_{bf}\} \quad (30)$$

根据式(28), 显然当采用的地震波是地表地震动记录时, 地震输入与结构质量成比例, 与地基质量无关, 但是左端系统的响应必须包含地基质量, 这也是当前无质量地基处理式(30)中忽视的地方。

3 结 论

由前面公式可见, 当采用黏弹性边界地基模型时, 输入必须是模型外边界处的地震动; 地表处的地震动记录必须反演到模型外边界上才能作为实际输入。由于忽略外边界产生拟静位移影响, 地基范围必须足够大, 以消除对结构的影响。当然通常情况下由于拟静位移影响主要在外边界附近, 因此是可以满足的。

而对于无质量地基, 地震动必须从地表面输入。从而由此产生的拟静位移影响将导致结构-地基交界面附近(包括结构边界附近)的结果不准确; 同时, 地基部分求得的响应是相对于自由场的附加位移场, 而不是总位移响应。因此, 要想采用这种模型来评价地基是不够精确的, 除非自由场响应很小。而对于结构, 由于结构在交界面上和内部位移不匹配, 因此评价结构边界附近的响应需要慎重。当然, 在模型尺寸较小的情况下, 地震动输入可认为是均匀的, 在边界上仍具有一定的精度。

以上两种模型都忽略拟静位移的影响, 这对于隧道等结构周边都是位移边界情况的地下结构来讲显然不太合适, 对于这类结构或者采用较精确的相互作用分析方法, 或者在结构响应中叠加拟静位移响应。

以上讨论的结构-地基动力相互作用问题是完

全针对地震动输入, 即位移约束边界为荷载输入边界情况的。对于类似于高层、桥梁等地面结构承受风荷载考虑地基作用的情况是不同的, 这种情况下, 荷载输入边界为自由边界, 结构本身就是扰动源。此时, 不存在所谓自由场问题。

参 考 文 献

- [1] 金峰, 张楚汉, 王光纶. 拱坝-地基动力相互作用的时域模型[J]. 土木工程学报, 1997, 30(1): 43—51.
JIN Feng, ZHANG Chu-han, WANG Guang-lun. A time domain model of arch dam-rock foundation interaction[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1997, 30(1): 43—51.
- [2] 毕继红, 张鸿. 基于耦合分析法的地铁隧道抗震研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 800—803.
BI Ji-hong, ZHANG Hong. Anti-seismic study on metro tunnel based on coupling numerical analysis method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(5): 800—803.
- [3] 廖振鹏, 黄孔亮, 杨柏坡, 等. 暂态波分析的透射边界条件[J]. 中国科学(A辑), 1984, 27: 1 063—1 076.
LIAO Zhen-peng, HUANG Kong-liang, YANG Bai-po, et al. Transmitting boundary condition for transient wave analysis[J]. **Chinese Science (Serials A)**, 1984, 27: 1 063—1 076.
- [4] 李建波, 陈健云, 林皋. 求解非均匀无限地基相互作用力的有限元时域阻尼抽取法[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 263—267.
LI Jian-bo, CHEN Jian-yun, LIN Gao. Finite element damping-extraction method for dynamic interaction time domain analysis of non-homogeneous unbounded rock[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(2): 263—267.
- [5] 楼梦麟, 赵永利. 坝基动力相互作用有限元分析的子结构方法[J]. 振动工程学报, 1994, 7(2): 161—166.
LOU Meng-ling, ZHAO Yong-li. The substructure method for dam-foundation dynamic interaction analysis[J]. **Journal of Vibration Engineering**, 1994, 7(2): 161—166.
- [6] 胡志强. 考虑坝-基动力相互作用的有横缝拱坝地震响应分析[博士学位论文 D]. 大连: 大连理工大学, 2003.
- [7] 何发祥, 王忠, 刘浩吾. 采用无质量地基模型时动力平衡方程的缩减[J]. 四川大学学报, 2000, 32(4): 7—10.
HE Fa-xiang, WANG Zhong, LIU Hao-wu. Reduction of dynamic equilibrium equation for massless foundation model[J]. **Journal of Sichuan University**, 2000, 32(4): 7—10.
- [8] J. P. Wolf 著. 吴世明译. 土-结构动力相互作用[M]. 北京: 地震出版社, 1987.
- [9] R W Clough, J Penzien. Dynamics of structures[M]. [s.l.]: McGraw-Hill Inc, 1975.
- [10] 陈健云, 胡志强, 林皋. 大型地下结构的动力特性研究[J]. 大连理工大学学报, 2003, 46(4): 17—28.
CHEN Jian-yun, HU Zhi-qiang. Study of dynamic characteristics of large underground structures[J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2003, 46(4): 17—28.